

Una Introducción a la Estimación No Paramétrica de Fronteras de Eficiencia
Christian A. Ruzzier
Texto de Discusión N° 41
ISBN 987-519-105-1
Julio de 2002

CEER
Centro de Estudios Económicos de la Regulación
Universidad Argentina de la Empresa
Lima 717, 1° piso
C1053AAO Buenos Aires, Argentina
Teléfono: 54-11-43797693
Fax: 54-11-43797588
E-mail: ceer@uade.edu.ar
<http://www.uade.edu.ar/economia/ceer>

(Por favor, mire las últimas páginas de este documento por una lista de los Textos de Discusión y de la Working Paper Series del CEER e información concerniente a suscripciones).

El Centro de Estudios Económicos de la Regulación (CEER), es una organización dedicada al análisis de la regulación de los servicios públicos. El CEER es apoyado financieramente por el Banco Mundial, los Entes Reguladores de Agua y Electricidad de la República Argentina, y la Universidad Argentina de la Empresa (Buenos Aires), donde el CEER tiene su sede.

Autoridades del CEER:

Ing. Eduardo Cevallo, Presidente Ente Tripartito de Obras y Servicios Sanitarios, Lic. Enrique Devoto, Vicepresidente Primero Ente Nacional Regulador de la Electricidad (ENRE), Dr. Antonio Estache, World Bank Institute, Dr. Carlos Newland, Rector Universidad Argentina de la Empresa (UADE).

DIRECTOR: Dr. Diego Petrecolla.

INVESTIGADORES: Lic. Diego Bondorevsky, Lic. Ivan Canay, Dr. Omar Chisari, Lic. Gustavo Ferro, Dr. Diego Petrecolla, Dr. Martín Rodríguez Pardina, Lic. Carlos Romero, Lic. Christian Ruzzier.

AYUDANTES DE INVESTIGACIÓN: Lic. Mauricio Roitman, Lic. Solange Cohen.

CEER Serie de Textos de Discusión
 Una Introducción a la Estimación No Paramétrica de Fronteras de Eficiencia
 Christian A. Ruzzier
 Texto de Discusión N°41
 Julio de 2002
 JEL N°: C14, C61

Resumen (español): El interés en las fronteras de producción y la medición de la eficiencia relativa a estas fronteras ha crecido considerablemente en las últimas dos décadas y en los últimos años ha habido un rápido incremento en el número de trabajos publicados sobre el análisis de la eficiencia en la producción. El objetivo de este artículo es presentar una de las técnicas analíticas que, simultáneamente, caracteriza la estructura de una tecnología eficiente de producción (la frontera de producción) y mide la eficiencia en relación a dicha frontera. La técnica a la que hacemos mención es la programación matemática (lineal), la cual provee una medida de la eficiencia relativa a una frontera de producción no paramétrica. Aplicamos luego las técnicas de programación lineal a una muestra de empresas de distribución de electricidad para ilustrar el tipo de información que pueden generar.

Abstract (english): The interest in production functions and in the measurement of efficiency relative to these frontiers has grown considerably in the past two decades, and in recent years we have witnessed a rapid increase in the number of publications in the field. The aim of this article is to present one of the techniques that simultaneously characterizes the structure of an efficient production technology (the efficient frontier) and measures efficiency relative to that frontier. The technique we present is linear mathematical programming, which provides a measure of relative efficiency with respect to a non-parametric production function. We then apply programming techniques to a sample of electricity distribution firms to illustrate the kind of information they can generate.

Pertenencia profesional del autor: Christian A. Ruzzier es investigador del Centro de Estudios Económicos de la Regulación y del Departamento de Economía y Finanzas, Universidad Argentina de la Empresa, Lima 717 1° Piso, C1073AAO, Buenos Aires, Argentina, e-mail: cruzzier@uade.edu.ar. Las opiniones vertidas en este trabajo son de exclusiva responsabilidad del autor y no comprometen en forma alguna las instituciones a las que pertenece.

CEER
 Centro de Estudios Económicos de la Regulación
 Universidad Argentina de la Empresa
 Lima 717, 1° piso
 C1053AAO Buenos Aires, Argentina
 Teléfono: 54-11-43797693
 Fax: 54-11-43797588
 E-mail: ceer@uade.edu.ar
<http://www.uade.edu.ar/economia/ceer>

I. INTRODUCCIÓN

El interés en las fronteras de producción y la medición de la eficiencia relativa a estas fronteras ha crecido considerablemente en las últimas dos décadas y en los últimos años ha habido un rápido incremento en el número de trabajos publicados sobre el análisis de la eficiencia en la producción. Como remarcan Färe, Grosskopf y Lovell (1994), esta línea de investigación es interdisciplinaria, y se ha derramado de la economía a la investigación operativa y las ciencias de la administración. El trabajo teórico y empírico en el campo de la eficiencia en la producción no se ha restringido al interés académico, sino que también ha sido de relevancia para el diseño de políticas públicas y para la administración de empresas.¹ Este punto ya había sido enfatizado por Farrell (1957) en su trabajo clásico sobre la medición de la eficiencia productiva.

El objetivo de este artículo es presentar² una de las técnicas analíticas que, simultáneamente, caracteriza la estructura de una tecnología eficiente de producción (la frontera de producción) y mide la eficiencia en relación a dicha frontera. La técnica a la que hacemos mención (Sección II) es la programación matemática (lineal), la cual provee una medida de la eficiencia relativa a una frontera de producción no paramétrica (que ella misma crea al resolver los problemas de optimización apropiados, que discutiremos más adelante). Aplicamos luego las técnicas de programación lineal a una muestra de empresas de distribución de electricidad para ilustrar el tipo de información que pueden generar (Sección III).

Los métodos de programación matemática,³ en particular los modelos de programación lineal, proporcionan una manera elegante para simultáneamente construir la frontera tecnológica a partir de los datos a mano y calcular la distancia de observaciones o actividades individuales a dicha frontera. Esta frontera tecnológica se forma como combinaciones lineales de actividades extremas (las mejores prácticas), resultando en una frontera consistente de segmentos. Como expresan Färe, Grosskopf y Lovell (1994), puede demostrarse que la tecnología así construida satisface axiomas muy generales de la teoría de la producción y, a pesar de que no es diferenciable en todos sus puntos, a medida que el número de actividades crece, la tecnología converge al caso suave neoclásico. Al envolver los datos lo más ajustadamente posible con segmentos lineales, el enfoque de programación matemática revela la estructura de la frontera tecnológica sin necesidad de imponer una forma funcional específica sobre la tecnología o las

¹ Véanse, por ejemplo, las aplicaciones a la industria aeronáutica, hospitales, bebidas gaseosas, mantenimiento de autopistas, transporte, educación, construcción de índices de precios, agricultura, minería y otras en Charnes et al. (1994), y al mercado de trabajo, sindicatos, granjas, escuelas, municipalidades, servicios financieros y otras actividades en Fried, Lovell y Schmidt (1993).

² Una excelente descripción de los fundamentos teóricos de la medición de la eficiencia productiva puede encontrarse en el trabajo antes mencionado de Färe, Grosskopf y Lovell (1994).

³ La técnica que presentamos no es la única metodología disponible para el análisis de la eficiencia. De hecho, el análisis empírico de la producción ha empleado con mayor frecuencia técnicas paramétricas (econométricas), siguiendo el enfoque iniciado por Hicks (1946), Samuelson (1947) y otros. Coelli, Rao y Battese (1998) y Fried, Lovell y Schmidt (1993) constituyen muy buenas introducciones a la variedad de técnicas disponibles para la medición de la eficiencia. Como expresan los primeros autores, las distintas metodologías disponibles para la medición del desempeño difieren de acuerdo al tipo de medidas que producen, la información que requieren y los supuestos que hacen sobre la estructura de la tecnología de producción y el comportamiento económico de quienes toman las decisiones.

desviaciones de la misma (lo que constituye una de las mayores ventajas de esta técnica respecto de metodologías paramétricas tradicionales⁴).

II. DEL CONCEPTO A LA APLICACIÓN

¿Por qué una frontera?

El análisis teórico de la producción se ha enfocado siempre en la actividad de producción como un proceso de optimización: los productores optimizan desde un punto de vista tecnológico no desperdiciando recursos –dados los insumos, producen la máxima cantidad de productos, o dados los productos, minimizan la utilización de recursos–, y desde un punto de vista asignativo, escogiendo la combinación de insumos correctamente, dado el precio relativo de los mismos. Buscan así producir sus productos a un costo mínimo. Las herramientas básicas de esta teoría microeconómica de la firma son la función de producción (que muestra la máxima producción obtenible de un conjunto de insumos; también concebida como una frontera del conjunto de posibilidades de producción), la función de costos (que muestra el mínimo costo de obtener un determinado nivel de producción), la función de beneficios, etc. De allí que resulte tan natural el recurso a la programación matemática para la construcción de fronteras y la medición de la eficiencia relativa a éstas.

Pero sin embargo, por diversas razones, no todas las firmas tienen éxito en estos procesos de optimización en todas las circunstancias (Färe, Grosskopf y Lovell, 1994). Por ello, es importante no sólo construir la frontera, sino también tener una forma de analizar la medida en que los productores fallan en la optimización y en alcanzar la eficiencia técnica y económica.⁵ El enfoque, entonces, es sobre la medición de la (in)eficiencia más que sobre sus causas.

El análisis empírico de la producción, por su parte, se ha preocupado más por estimar funciones o relaciones “promedio” a partir de los datos, que por envolver los mismos con una frontera. La distinción no es irrelevante, ya que la estructura de una frontera de producción puede diferir mucho de la estructura de una función promedio de producción construida a partir de los mismos datos. La mejor práctica no es sólo mejor que la práctica promedio; podría ser incluso estructuralmente diferente: Bardhan, Cooper y Kumbhakar (1998), utilizando simulaciones de Monte-Carlo, encontraron que las metodologías paramétricas estiman parámetros tecnológicos que difieren significativamente de los verdaderos parámetros, y atribuyen este resultado a la mezcla de observaciones eficientes e ineficientes (Arnold et al., 1996, sugieren posibles soluciones a este problema). La (disconformidad de la profesión con la) dicotomía planteada ha sido un poderoso impulso al desarrollo de técnicas como la que presentamos aquí.

El problema básico y algunas definiciones

En cualquier libro básico de microeconomía,⁶ se interpreta a la función de producción como una descripción de las relaciones insumo-producto en una firma (la máxima producción posible correspondiente a una cantidad dada de factores⁷) o, lo que es equivalente, como una frontera del

⁴ Para una comparación de ambas metodologías –paramétricas y no paramétricas– ver Rossi y Ruzzier (2000, 2001).

⁵ Como nos recuerda Lovell (1993), es difícil para el analista determinar empíricamente el potencial de una unidad productiva –tanto como para el productor alcanzarlo.

⁶ Ver, por ejemplo, Varian (1994).

⁷ No confundir con la función promedio a la que hiciéramos alusión en el párrafo anterior.

conjunto de posibilidades de producción, como mencionáramos antes. La eficiencia productiva puede medirse con respecto a esta frontera... si se la conoce: como destacan Ali y Seiford (1993), en la práctica sólo contamos con datos sobre niveles de insumos y productos para cada unidad productiva. Por lo tanto, el desafío inicial consiste en construir la frontera, o, más específicamente, determinar cuáles unidades de nuestra muestra forman una función de producción empírica. Recién entonces contaremos con el marco de referencia contra el cual evaluar el desempeño (medir la ineficiencia) de las distintas unidades productivas.

Al discutir sobre el desempeño de unidades productivas (empresas privadas productoras de bienes y servicios, ramas o sucursales dentro de una misma empresa, organizaciones sin fines de lucro –como escuelas y hospitales-, industrias, etc.), es común describirlas como más o menos “eficientes”, o más o menos “productivas”.⁸ Aunque se desprende de la discusión de los párrafos anteriores, debemos recalcar antes de continuar que el desempeño debe entenderse como un concepto relativo: una unidad productiva es más (o menos) eficiente (o productiva) que otra(s).

El desempeño puede definirse de muchas maneras. Una medida muy difundida del desempeño es el cociente de productividad: Lovell (1993) define a la productividad de una unidad productiva como el cociente entre sus productos y sus insumos, donde valores mayores del cociente están asociados a un mejor desempeño. Este cociente es fácil de calcular en el sencillo caso en el que sólo se utiliza un insumo para producir un producto. En los casos más plausibles para la imaginación del lector, en los que hay múltiples productos y/o múltiples insumos, surge la necesidad de agregar los mismos de alguna manera, respetando un cierto sentido económico, de modo que la productividad siga siendo el cociente de dos escalares.

También hemos hablado de la eficiencia: siguiendo una vez más a Lovell (1993), podemos entender a la eficiencia de una unidad productiva en términos de una comparación entre los valores observados y los óptimos de sus productos e insumos. Dicha comparación puede tomar la forma de un cociente entre el nivel de producto observado y el máximo potencial, dados los insumos, o el cociente entre el nivel de insumos mínimo potencial y el observado requeridos para producir el nivel de producto dado, o alguna combinación de ambos. En cualquier caso, el óptimo se define en términos de las posibilidades de producción, y, por lo tanto, la eficiencia es técnica. El óptimo también puede definirse en relación al objetivo de la unidad productiva (por ejemplo, maximización de beneficios); en esos casos, la eficiencia es económica y se mide comparando costos, beneficios o ingresos (entre otros) observados y óptimos. Por lo tanto, la eficiencia económica (o productiva) requiere tanto de la eficiencia técnica como de la eficiencia asignativa, entendida como la elección de la combinación insumo-producto apropiada dados los precios de los mismos; así, la ineficiencia productiva tenderá a ser mayor que la ineficiencia técnica.

La distinción anterior entre la eficiencia técnica y la económica (o productiva) requiere mayor clarificación de los conceptos, para evitar confusiones terminológicas a medida que avancemos. Siguiendo a Rossi y Ruzzier (2000), vamos a entender por eficiencia productiva a la habilidad de la firma de producir sus productos a mínimo costo. Para lograr dicho costo mínimo, la firma debe producir lo máximo posible, dados sus insumos (lo cual denominaremos eficiencia técnica), y escoger la combinación de insumos apropiada dados los precios relativos de los mismos (lo que llamaremos eficiencia asignativa).

La construcción de una frontera de producción, como la que presentaremos aquí, lleva implícita una elección sobre el concepto de eficiencia que estaremos midiendo: dado que una función de

⁸ Para una relación entre ambos conceptos, chequear Lovell (1993).

producción relaciona cantidades producidas con insumos empleados, las medidas de eficiencia resultantes serán de eficiencia técnica. Una de las principales ventajas prácticas de esta elección⁹ es que nos evita tener que hacer (imponer) un supuesto sobre el comportamiento y los objetivos de la unidad productiva (Kumbhakar and Lovell, 2000) ya que la eficiencia técnica es una noción meramente física.

Un poco de historia

Färe, Grosskopf y Lovell (1994) atribuyen el origen del enfoque de programación lineal aplicado a la producción a von Neumann (1945), y citan a Koopmans y Debreu como los pioneros de la rigurosidad analítica en la medición de la eficiencia en la producción.

Koopmans (1951) dio una definición más formal de la eficiencia técnica que mencionáramos con anterioridad: un productor es técnicamente eficiente si un incremento en cualquier producto requiere una reducción en al menos algún otro producto o un incremento en al menos un insumo, o si una reducción en cualquier insumo requiere un incremento en al menos algún otro insumo o una reducción en al menos un producto. Entonces, un productor técnicamente ineficiente podría producir los mismos productos con menos de al menos un insumo, o podría utilizar los mismos insumos para producir más de al menos un producto.

Färe, Grosskopf y Lovell (1994) advierten que desde el punto de vista empírico esta definición de Koopmans debe tratarse como una noción relativa (como advirtiéramos al hablar del desempeño), donde la eficiencia técnica se evalúa en relación a las mejores prácticas observadas en la muestra antes que a una frontera absoluta (suponiendo que la misma existiera y que tuviéramos la capacidad de determinarla). La construcción de una frontera entraña otras elecciones (como hemos visto antes), además de la implícita en la oración anterior entre prácticas observadas y fronteras absolutas, que exceden los objetivos de esta introducción, y para las cuales referimos nuevamente a Rossi y Ruzzier (2000).

A la hora de medir el grado de ineficiencia de un vector insumo-producto ineficiente en el sentido de Koopmans, la primera medida de la eficiencia productiva fue adelantada por Debreu (1951), con su “coeficiente de utilización de recursos”, y posteriormente recogida por Farrell (1957). Farrell (1957) extendió el trabajo de Koopmans y Debreu, al notar que la eficiencia en la producción tiene otra dimensión que refleja la habilidad de los productores de escoger la combinación adecuada de productos e insumos de acuerdo a los precios prevalecientes (lo que antes definiéramos como eficiencia asignativa). Definió así a la eficiencia productiva total como el producto de la eficiencia técnica y de la eficiencia asignativa. Recordamos que, implícito en la noción de eficiencia asignativa, se encuentra un supuesto específico sobre el comportamiento (los objetivos) del productor.

La medida introducida por Debreu (1951) y Farrell (1957) se define como uno menos la máxima reducción equiproporcional en todos los insumos que todavía permite la producción del nivel dado de productos. Una medida igual a la unidad indica un 100% de eficiencia técnica, ya que no es factible realizar ninguna reducción equiproporcional en los insumos; mientras que una medida menor que uno da una idea de la magnitud de la ineficiencia técnica (Lovell, 1993). La medida de Debreu-Farrell puede convertirse fácilmente a la expansión equiproporcional de los productos dados los insumos.

⁹ Para otras ventajas y desventajas, consultar Rossi y Ruzzier (2000).

La medida de Debreu-Farrell es un ejemplo de una medida radial de eficiencia técnica. Además de apuntar a la máxima reducción proporcional factible en todos los insumos variables o la máxima expansión proporcional factible de todos los productos, las medidas radiales tienen la ventaja de ser independientes de las unidades de medida. Entre sus desventajas, Färe, Grosskopf y Lovell (1994) y Lovell (1993) mencionan que la medida de Debreu-Farrell no coincide con la definición de Koopmans de eficiencia técnica. La primera identifica correctamente a todos los productores eficientes en el sentido de Koopmans como técnicamente eficientes, pero también identifica como técnicamente eficientes a otros productores situados en la isocuanta, fuera del subconjunto eficiente (es decir, situaciones en las que, a pesar de lograrse la máxima reducción proporcional en todos los insumos o el máximo incremento en todos los productos, queda lugar para reducir la utilización de algunos insumos o incrementar la producción de algunos productos). La eficiencia técnica a la Debreu-Farrell es necesaria, pero no suficiente, para la eficiencia técnica a la Koopmans (ver más en Seiford y Thrall, 1990).

Una interpretación alternativa a partir de las funciones de distancia

La medida de eficiencia técnica de Debreu-Farrell es de uso ampliamente difundido. Dado que es la recíproca de una función de distancia, la medida satisface varias propiedades deseables (ver Lovell, 1993). La representación de la tecnología mediante funciones de distancia, introducidas por Shephard (1953, 1970, 1974), permite situaciones multi-producto y multi-insumo, al contrario que las funciones de producción tradicionales, y evita así la necesidad de tener que agregar los productos con anterioridad al análisis (como advirtiéramos al hablar del desempeño).

La función de distancia original de Shephard toma a los (múltiples) productos como dados y busca contraer el vector de insumos lo máximo posible, respetando la factibilidad tecnológica del vector contraído (la conversión a la máxima expansión del vector de productos, dados los insumos, es directa). Provee así una caracterización completa de la estructura de la tecnología de producción eficiente (en entornos multi-producto y multi-insumo), y proporciona una medida recíproca de la distancia de cada productor a dicha tecnología eficiente (Färe, Grosskopf y Lovell, 1994). Cumple, de esta manera, con los dos objetivos planteados al inicio del trabajo: construir la frontera eficiente y medir la eficiencia en relación a dicha frontera. Volveremos sobre esta cuestión en breve.

La aparición del DEA

El interés de los economistas en las fronteras de producción se reavivó en los 70s, cuando se redescubrió el trabajo de Debreu (1951), Koopmans (1951) y Farrell (1957), que reseñáramos anteriormente.

El enfoque de Farrell (1957), inspirado en Koopmans (1951), se basaba en un conjunto de posibilidades de producción formado por la cápsula cónica (o cono convexo) de los vectores insumo-producto (Ali y Seiford, 1993). Este marco fue generalizado a múltiples productos y reformulado como un problema de programación matemática por Charnes, Cooper y Rhodes (1978, 1981), dando inicio al enfoque de programación matemática para la medición de la eficiencia conocido como Data Envelopment Analysis (DEA).¹⁰ Desde entonces, se han

¹⁰ Una completa descripción del origen y evolución del concepto del DEA puede encontrarse en Charnes et al. (1994).

publicado más de 400 artículos,¹¹ tanto prácticos como teóricos, sobre el tema en revistas especializadas.

Charnes, Cooper y Rhodes (1978) extendieron la idea de Farrell (1957) de vincular la estimación de la eficiencia técnica a las fronteras de producción, al generalizar la medida de Debreu-Farrell a situaciones de múltiples insumos y múltiples productos, en el marco de un problema de programación lineal. La eficiencia técnica relativa de cualquier unidad productiva se calcula construyendo el cociente entre una suma ponderada de productos (el producto “virtual”) y una suma ponderada de insumos (el insumo “virtual”), donde los ponderadores (multiplicadores), tanto para los productos como para los insumos, constituyen las variables de elección del problema de optimización, y se escogen de forma que calculen la medida de eficiencia de cada unidad productiva sujeto a la restricción de que ninguna unidad tenga una medida de eficiencia relativa mayor que la unidad (Charnes et al., 1994). De esta manera, el DEA logra satisfacer la necesidad planteada por Lovell (1993) y que citáramos más arriba: agregar los insumos y los productos, respetando un cierto sentido económico, de modo que la productividad siga siendo el cociente de dos escalares (aquí, el producto “virtual” y el insumo “virtual”).

Cada uno de los distintos modelos de DEA¹² intenta determinar en primera instancia cuáles unidades productivas de la muestra forman una superficie envolvente –la función de producción empírica (o frontera eficiente) a la que hiciéramos alusión anteriormente. Luego, el DEA proporciona una metodología exhaustiva para el análisis de la eficiencia relativa, al evaluar a cada unidad productiva y medir su desempeño en relación a una superficie envolvente formada por otras unidades. Las unidades productivas que yacen en la superficie envolvente (la forman) son consideradas “eficientes” en la terminología del DEA, mientras que las que no lo hacen son catalogadas de “ineficientes” y el análisis provee una medida de su (in)eficiencia relativa (Ali y Seiford, 1993).

Una preocupación particular que expresáramos respecto del análisis empírico de la producción era la distinción entre una frontera de producción y una función promedio, construidas a partir de los mismos datos. El DEA involucra un principio alternativo al de la econometría para extraer información sobre una población de observaciones (Charnes et al., 1994). En lugar de optimizar un único plano de regresión a través de la nube de puntos –la función “promedio” (que se supone que se aplica a cada unidad productiva)-, el DEA optimiza sobre cada observación individual, con el objetivo de calcular una frontera discreta determinada por el conjunto de unidades productivas eficientes, como muestra la figura 1 más adelante, donde suponemos un caso simple de un insumo (x) y un producto (y). En cierta forma, en DEA uno intenta ‘flotar’ esta superficie sobre las observaciones hasta ‘cubrirlas’ (Seiford y Thrall, 1990). Ambos enfoques utilizan toda la información contenida en los datos, pero el DEA se concentra en las observaciones individuales, más que en los promedios y la estimación de parámetros asociados a la estimación paramétrica (econométrica).

El DEA, además, no requiere ningún supuesto sobre la forma funcional de la relación a estimar (una ventaja clave de esta clase de técnicas, como destacáramos en la Introducción), sino que calcula una medida del desempeño de cada unidad productiva en relación a todas las demás unidades en la población observada, con el único requisito de que cada una de ellas esté en o por debajo de la frontera. Cada unidad que no está en la frontera es comparada contra una única

¹¹ 472 en el período 1978-1992, de acuerdo a Seiford (1994), sin contar documentos de trabajo y reportes técnicos.

¹² Para una presentación ordenada de los mismos y de sus interrelaciones, ver Seiford y Thrall (1990) y Charnes et al. (1994).

unidad de referencia o una combinación lineal de las unidades productivas que se hallan en la cara de la superficie envolvente más cercana a ella. Para cada unidad ineficiente, el DEA identifica las fuentes y el nivel de la ineficiencia para cada uno de los insumos y cada uno de los productos.

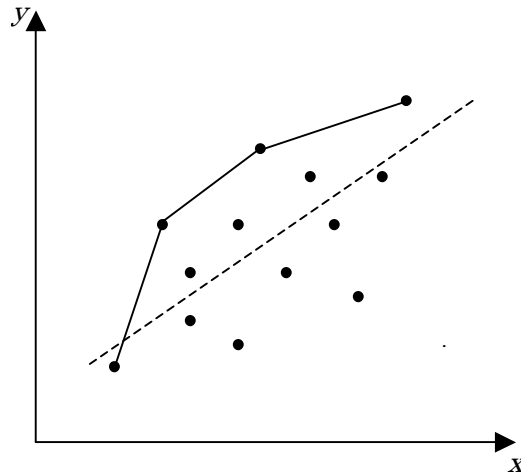


Figura 1
DEA vs. Regresión Tradicional

Como señalan Charnes et al. (1994), el problema de programación lineal se diseña para maximizar la medida de eficiencia relativa de cada unidad productiva, sujeto a la restricción de que el conjunto de ponderadores obtenido de esta forma para cada unidad sea también factible para las otras. El DEA produce una superficie que, en términos económicos, representa la frontera de producción revelada (de las mejores prácticas): el máximo nivel de producto obtenible empíricamente, dados los insumos.

Caracterización de la tecnología

Supongamos que las distintas unidades productivas utilizan un vector de insumos $x = (x_1, x_2, \dots, x_N) \in R_+^N$ para producir un vector de productos $y = (y_1, y_2, \dots, y_M) \in R_+^M$. La tecnología de producción que transforma dichos insumos en productos puede representarse por el conjunto S de todos los vectores insumo-producto factibles (el conjunto tecnológico), definido como:¹³

$$(1) \quad S(y, x) = \{(y, x): x \text{ puede producir } y\}.$$

Una representación alternativa de la tecnología viene dada por el conjunto $L(y)$ de todos los vectores de insumos x que producen al menos el vector de productos y :

$$(2) \quad L(y) = \{x: (y, x) \text{ es factible}\}.$$

Sobre este conjunto de insumos puede definirse una función de distancia $D_I(y, x)$ como la que introducimos con anterioridad, que tome al vector de productos como dado y busque contraer el vector de insumos lo máximo posible, respetando la factibilidad tecnológica del vector contraído (esto es, que siga perteneciendo a $L(y)$):

¹³ En esta sección empleamos notación estándar en la literatura sobre fronteras de eficiencia.

$$(3) \quad D_I(y, x) = \max \{ \theta : (x/\theta) \in L(y) \}.$$

Puede verse que $D_I(y, x) \geq 1$. La medida original de Debreu-Farrell es la recíproca de esta función de distancia y puede escribirse como:

$$(4) \quad DF_I(y, x) = \min \{ \theta : \theta x \in L(y) \}.$$

Claramente $DF_I(y, x) \leq 1$, y $DF_I(y, x) = D_I(y, x)^{-1}$.

Si se desplaza el interés desde la reducción de los insumos al aumento de los productos, puede definirse una tercera representación de la tecnología, mediante el conjunto $P(x)$ de todos los vectores de productos y que pueden ser producidos utilizando el vector de insumos x :

$$(5) \quad P(x) = \{ y : (x, y) \text{ es factible} \}.$$

De manera análoga al desarrollo para el conjunto de insumos, definimos una nueva función de distancia sobre este conjunto de productos, y la correspondiente medida de eficiencia técnica de Debreu-Farrell (orientada a la expansión de los productos):

$$(6) \quad D_P(y, x) = \min \{ \phi : (y/\phi) \in P(x) \},$$

$$(7) \quad DF_P(y, x) = \max \{ \phi : \phi y \in P(x) \}.$$

Notamos que $D_P(y, x) \leq 1$, $DF_P(y, x) \geq 1$, y $DF_P(y, x) = D_P(y, x)^{-1}$. Por último, sabiendo que

$$(8) \quad y \in P(x) \Leftrightarrow x \in L(y) \Leftrightarrow (y, x) \in S(y, x),^{14}$$

podemos establecer que

$$(9) \quad D_I(y, x) \geq 1 \Leftrightarrow D_P(y, x) \leq 1,^{15}$$

$$(10) \quad DF_I(y, x) \leq 1 \Leftrightarrow DF_P(y, x) \geq 1.$$

Representamos ambas medidas de eficiencia técnica de Debreu-Farrell en los gráficos siguientes.¹⁶ La figura 2 muestra la medida orientada a los insumos, $DF_I(y, x)$,¹⁷ para el caso de dos insumos, $x = (x_1, x_2)$. El vector de insumos x_A puede ser contraído radialmente (a lo largo del rayo resaltado por la flecha) y seguir permitiendo la producción del vector de productos y ; esto es, permanecer dentro del conjunto de insumos $L(y)$, cuyo límite viene dado por los segmentos de trazo continuo en la figura. La contracción radial no es posible en los casos de los vectores x_B y x_C (obviamente, tampoco lo es en el caso del vector contraído, $\theta^* x_A$). Formalmente,

$$DF_I(y, x_A) < 1,$$

$$DF_I(y, x_B) = DF_I(y, x_C) = DF_I(y, \theta^* x_A) = 1.$$

¹⁴ Ver la Proposición (2.1.8) en Färe, Grosskopf y Lovell (1994).

¹⁵ Coelli, Rao y Battese (1998).

¹⁶ Los gráficos están tomados, con alguna modificación, de Lovell (1993).

¹⁷ Para una discusión de los efectos de la orientación del modelo sobre los resultados obtenidos, consultar Charnes et al. (1994).

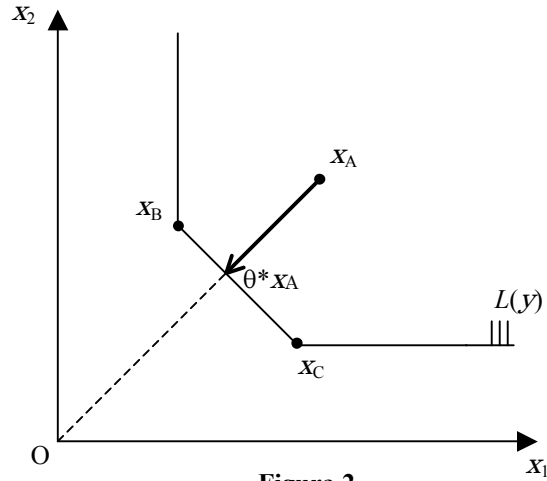


Figura 2

En la Figura 3 representamos la medida orientada a los productos, $DF_P(y, x)$, ahora para el caso de dos productos, $y = (y_1, y_2)$. Vemos ahora que el vector de productos y_A puede ser expandido radialmente (a lo largo, nuevamente, del rayo remarcado por la flecha), sin modificar la utilización de recursos; vale decir, sin salir del conjunto factible $P(x)$, cuyo límite representamos con los segmentos de trazo continuo en la figura. Tal expansión radial no es posible para los vectores y_B, y_C , ni para el vector expandido $\phi^* y_A$:

$$DF_P(y_A, x) > 1,$$

$$DF_P(y_B, x) = DF_P(y_C, x) = DF_P(\phi^* y_A, x) = 1.$$

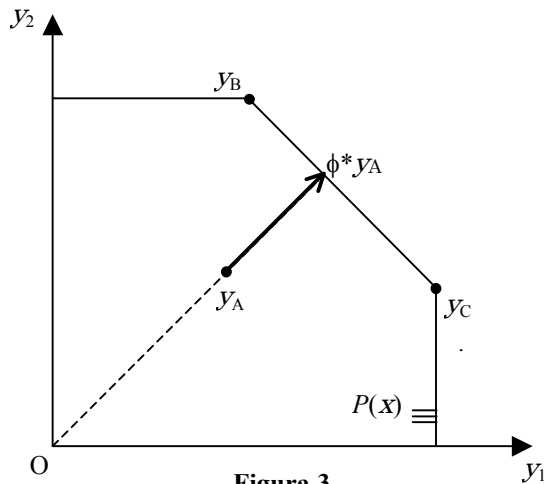


Figura 3

$S(y, x)$, $P(x)$ y $L(y)$ representan, entonces, los tres la misma tecnología, sólo que haciendo hincapié en distintos aspectos de la misma. Además, comparten la característica de requerir sólo

cantidades de insumos y productos, sin involucrar precios, por lo que no demandan ningún supuesto sobre el comportamiento de las unidades productivas.

Hasta este punto hemos caracterizado a la tecnología de producción, pero todavía no hemos mostrado cómo construirla ni cómo medir la eficiencia relativa a la misma. Tiempo de solucionarlo.

Construcción de la frontera eficiente y medición de la eficiencia técnica

La frontera de producción revelada (de las mejores prácticas) que buscamos es un subconjunto del límite de los conjuntos $S(y, x)$, $P(x)$ o $L(y)$ que representan la tecnología de producción (por ej., el segmento que une a x_B y x_C en la Figura 2, o el que une a y_B e y_C en la Figura 3). Mostramos a continuación una manera de construir envolventes (lineales) de las distintas representaciones de la tecnología que acabamos de presentar.

Empecemos con un poco de notación. Sea Y la matriz $J \times M$ de productos de las distintas unidades en la muestra (donde J denota el número de unidades productivas y M el número de productos), y sea X la matriz $J \times N$ de insumos de las unidades productivas (donde N indica el número de insumos considerados).¹⁸ Cada elemento individual de Y (y_{jm}) indica la cantidad del producto m producido por la unidad j , y cada elemento individual de X (x_{jn}) denota la cantidad del insumo n empleado por la unidad productiva j . Por último, sea $z = (z_1, z_2, \dots, z_J)$ un vector de parámetros de intensidad, que permiten la combinación convexa de los insumos y productos observados (a fin de construir actividades no observadas pero, sin embargo, factibles; vgr. la superficie envolvente).

Si suponemos rendimientos constantes a escala, convexidad del conjunto tecnológico y libre eliminación de insumos y productos, podemos escribir las tres representaciones alternativas de la tecnología de la siguiente manera:

$$(10) \quad S_{CRS}(y, x) = \{(y, x): y \leq zY, zX \leq x, z \in R_+^J\};$$

$$(11) \quad P_{CRS}(x) = \{y: y \leq zY, zX \leq x, z \in R_+^J\};$$

$$(12) \quad L_{CRS}(y) = \{x: y \leq zY, zX \leq x, z \in R_+^J\}.$$

Puede observarse que las tres representaciones lineales están sujetas a las mismas restricciones. Satisfacen así la relación entre ellas que estableciéramos más arriba en (8).

Estamos ya en condiciones de hacer operativa la medida de eficiencia técnica (de Debreu-Farrell) presentada más arriba. A los fines expositivos, vamos a restringirnos al caso de una medida de eficiencia técnica basada en la máxima reducción proporcional de todos los insumos, compatible con la producción del nivel de productos dado.

Tomamos como dado el vector de productos $y = (y_1, y_2, \dots, y_M)$, y adoptamos un enfoque de conservación de recursos; esto es, buscamos la máxima reducción posible en el vector observado de insumos, respetando la factibilidad tecnológica del vector de insumos contraído (es decir, que siga perteneciendo, en este caso, a $L_{CRS}(y)$). Como propusimos antes, esta máxima reducción se logra radialmente; es decir, buscamos la máxima reducción equiproporcional en todos los insumos. Seguimos manteniendo los supuestos de rendimientos constantes de escala y libre

¹⁸ Suponemos que ambas matrices satisfacen las condiciones de Karlin (ver Färe, Grosskopf y Lovell, 1994, pp.44-45).

eliminación (más adelante mostraremos cómo relajar el primer supuesto¹⁹). Sea (y_j, x_j) el vector insumo-producto de cualquiera de las J unidades productivas de la muestra ($j = 1, 2, \dots, J$). Recordando la formalización de la medida de Debreu-Farrell introducida anteriormente:

$$(13) \quad DFI(y_j, x_j) = \min \{ \theta : \theta x_j \in L(y_j) \},$$

podemos definir una medida operativa, como sigue:

$$(14) \quad DFO(y_j, x_j) = \min \{ \theta : \theta x_j \in L_{CRS}(y_j) \},$$

donde

$$(15) \quad L_{CRS}(y_j) = \{ x : y_j \leq zY, zX \leq x_j, z \in R_+^J \}.$$

Para la unidad productiva j , la medida de eficiencia técnica puede calcularse como la solución del siguiente problema de programación lineal:

$$(16) \quad DFO(y_j, x_j) = \min_{\theta, z} \theta$$

$$\text{s.a.} \quad y_j \leq zY$$

$$zX \leq \theta x_j$$

$$z \in R_+^J$$

Para modelar rendimientos variables de escala (ninguna restricción sobre el tipo de rendimientos de escala), basta con agregar una simple restricción sobre los elementos del vector z en el programa anterior (Seiford y Thrall, 1990):

$$(17) \quad \sum_j z_j = 1.$$

Esta restricción asegura que una unidad ineficiente sólo sea comparada contra unidades productivas de similar tamaño (Coelli, Rao y Battese, 1998). Sin esta restricción, la unidad bajo análisis puede ser comparada con otras sustancialmente mayores o menores. El problema (16) – aun con el agregado de (17)– debe resolverse J veces, una vez para cada una de las unidades productivas en la muestra. El valor de θ obtenido (uno para cada unidad productiva), que llamaremos θ^* (donde el ‘*’ denota un valor óptimo), es la medida de eficiencia de la unidad bajo análisis. Si la contracción radial de sus insumos es posible, la medida es menor que uno ($\theta^* < 1$), la unidad productiva es ineficiente, y $[(1 - \theta^*) \times 100]$ mide la reducción porcentual que puede efectuarse en todos los insumos. Por ejemplo, si $\theta^* = 0.80$, la unidad productiva podría reducir en un 20% la utilización de todos sus insumos.

Debemos recordar que un valor de $\theta^* = 1$ sólo implica que no hay ninguna posibilidad de contraer radialmente el vector de insumos; podrían, sin embargo, quedar ‘excesos’ e ‘insuficiencias’ en algunos insumos y algunos productos (lo que en adelante llamaremos, genéricamente, *slacks*). Vale decir, una medida de eficiencia igual a uno es necesaria pero no suficiente para la eficiencia en el sentido de Koopmans. Una unidad productiva eficiente debe

¹⁹ También mantenemos el supuesto de convexidad del conjunto tecnológico. Para estudiar las consecuencias de relajar todos los supuestos, referimos a Lovell (1993).

satisfacer $\theta^* = 1$ y, además, $\{y_j = z^*Y, z^*X = x_j\}$; es decir que las restricciones deben verificarse con igualdad en el óptimo.

Para cada unidad productiva evaluada, los elementos no nulos del vector z óptimo (z^*) identifican al conjunto de unidades eficientes (en la frontera construida) contra las cuales es comparada (sus ‘pares’). Como expresa Lovell (1993), las unidades eficientes así identificadas son similares a, y una combinación lineal de ellas es mejor que, la unidad productiva ineficiente bajo análisis.

Una unidad ineficiente puede hacerse eficiente proyectándola hacia la frontera; en una orientación a los insumos como la que escogimos aquí, ello se logra a través de la reducción proporcional de los insumos (empleando θ^*). Formalmente:

$$(y_j, x_j) \rightarrow (y_j, \theta^* x_j).$$

No debe perderse de vista el hecho de que la proyección mencionada generará un punto límite, pero no necesariamente un punto eficiente: la eficiencia técnica sólo se logra si las restricciones del problema se cumplen con igualdad. Recordamos que la medida de Debreu-Farrell no coincide con la definición de Koopmans de eficiencia técnica. Mucho se ha dicho de esta “falla” en la medida de Debreu-Farrell (Lovell, 1993), pero como ilustra la figura 4,²⁰ la importancia práctica del problema depende de la cantidad de observaciones que quedan fuera del cono generado por el subconjunto eficiente relevante (denotamos dicho cono por ROT en el gráfico). El problema desaparece en muchas aplicaciones paramétricas, aunque podría ser importante en el enfoque de programación matemática que aquí introducimos.

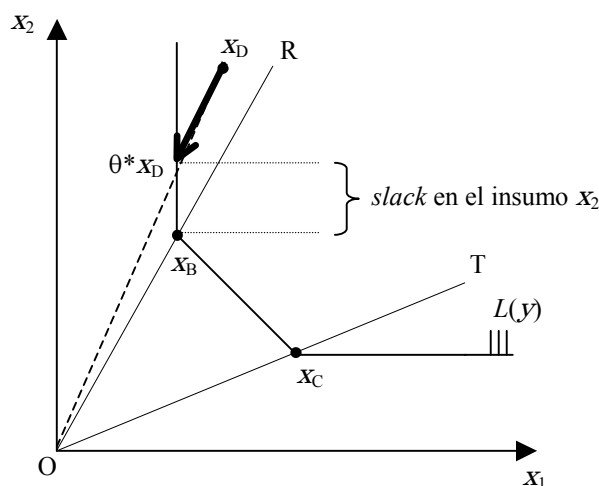


Figura 4

Como antes, el vector de insumos x_D (que queda fuera del cono ROT) puede ser contraído radialmente y seguir permitiendo la producción del vector de productos y . Ello no es posible para el vector contraído $\theta^* x_D$. Sin embargo, difícilmente podría calificarse a ese vector como ‘eficiente’, ya que puede apreciarse claramente que podría reducir aún más la utilización del

²⁰ La interpretación de la figura es análoga a la de la figura 2.

insumo x_2 y mantener el nivel de producción (para llegar a un punto como el representado por x_B).

Algunos autores, como Coelli, Rao y Battese (1998, p.176) y Lovell (1993, p.13), consideran que la magnitud del problema de los *slacks*, ilustrado en la figura 4, se ha exagerado. Si de todos modos se lo considera significativo en la práctica, siempre puede reportarse la medida de eficiencia técnica de Debreu-Farrell y los *slacks* por separado, aunque esto rara vez se hace. Muchos han preferido esforzarse en encontrar una “solución” a este problema, y podemos citar los dos remedios más comunes que se han propuesto:

- Reemplazar la medida de Debreu-Farrell con una medida aditiva que considera la posibilidad de *slacks* en todos los insumos y todos los productos (Charnes et al., 1985). Esta técnica tiene la virtud de llamar eficiente a una unidad productiva si, y sólo si, pertenece al subconjunto eficiente (vale decir, identifica como eficientes sólo a las unidades eficientes en el sentido de Koopmans). Por otra parte, como los *slacks* se miden en distintas unidades para diferentes variables, la medida de eficiencia no es invariante a las unidades de medida, y el ranking de las unidades basado en ella es arbitrario. Una desventaja adicional de esta propuesta es que implica agregar *slacks* en diferentes variables (el conocido problema de “sumar peras y manzanas”; ver Lovell, 1993, p.29).
- Usar medidas que combinen la medida radial de Debreu-Farrell y todo *slack* remanente en una única medida de eficiencia técnica (Charnes, Cooper y Rhodes, 1978, y Banker, Charnes y Cooper, 1984). Estas técnicas se han empleado mucho, aunque no están exentas de problemas (Ali, 1994). Algunos autores, como Ali y Seiford (1993), proponen resolver un problema en dos etapas; en la primera se encuentra la máxima reducción proporcional en todos los insumos, y en la segunda se identifican todos los *slacks* remanentes. Nótese que esta segunda etapa comparte los problemas de la propuesta anterior. Para solucionarlo, Coelli (1997) sugiere utilizar un método de múltiples etapas (el precio a pagar es más complejidad, tiempo y capacidad de cálculo).

Ninguna de las opciones ha sido un éxito rotundo, y vimos que cada una tiene sus problemas adicionales. La práctica habitual, por otro lado, consiste en reportar la medida radial de Debreu-Farrell, obviando posibles *slacks*,²¹ o presentar una medida combinada, como las del segundo punto anterior (Lovell, 1993).

En la terminología del DEA, el problema de optimización (16) se conoce como el problema “de la envolvente”. El correspondiente problema dual suele llamarse “de los multiplicadores”, y puede escribirse de la siguiente manera:²²

$$\begin{aligned}
 (18) \quad & \max_{\mu, \nu} \mu^T y_j \\
 & \text{s.a } \nu^T x_j = 1 \\
 & \mu^T Y - \nu^T X \leq 0 \\
 & \mu^T, \nu^T \geq 0
 \end{aligned}$$

²¹ Ferrier y Lovell (1990) proponen verlos básicamente como una forma de ineficiencia asignativa.

²² Nos limitamos aquí a una presentación del problema dual para completar la exposición. Para una interpretación del problema de los multiplicadores recomendamos Ali y Seiford (1993).

El problema (18) es equivalente a (y es producto de una transformación²³ de) la formulación original (en forma de cocientes) de Charnes, Cooper y Rhodes (1978):

$$(19) \quad \max_{\mu, \nu} \mu^T y_j / \nu^T x_j$$

$$\text{s.a } \mu^T Y / \nu^T X \leq 1$$

$$\mu^T, \nu^T \geq 0$$

En este problema recordamos lo expresado al hablar de la aparición del DEA: la eficiencia técnica relativa de cualquier unidad productiva se calcula construyendo el cociente entre una suma ponderada de productos ($\mu^T y_j$) y una suma ponderada de insumos ($\nu^T x_j$), donde los ponderadores (los “multiplicadores”) constituyen las variables de elección y se escogen de forma que calculen la medida de eficiencia de cada unidad productiva sujeto a la restricción de que ninguna unidad tenga una medida de eficiencia relativa mayor que la unidad.

Los problemas (16) y (18) son, lógicamente, equivalentes; sin embargo, el problema (16) de la envolvente involucra, típicamente, un número menor de restricciones que el problema (18) de los multiplicadores ($N+M < J+1$), por lo que es, en general, la forma preferida utilizada en las aplicaciones (Coelli, Rao y Battese, 1998).

III. UN EJEMPLO ILUSTRATIVO

A los fines expositivos de este ejemplo, nos olvidaremos de (18) y aplicaremos el modelo (16) – con el agregado de (17)– a una muestra de distribuidoras de electricidad de Inglaterra y Gales para ilustrar el tipo de información que puede generar. Vamos a emplear información sobre 12 distribuidoras de electricidad (Regional Electricity Companies, RECs) en el año 1989. Los datos fueron tomados de Weyman-Jones (1992, p.426).²⁴ Seguiremos la práctica usual de reportar sólo la medida radial, obviando posibles slacks.

El ejemplo que utilizamos cuenta con un producto (número de clientes) y dos insumos (número de empleados –proxy del insumo trabajo– y kilómetros de líneas de distribución –proxy del insumo capital).²⁵ La Tabla 1 muestra los datos a emplear.

Tabla 1: Datos del ejemplo

REC	Número de clientes (en millones) y	Número de empleados (en miles) x^1	Líneas de distribución (en miles de kilómetros) x^2
1. London	1.9	7.1	29.5
2. Eastern	2.9	9.8	83.2
3. Manweb	1.3	5.4	43.7
4. Midlands	2.1	7.7	61.9

²³ Consultar Charnes y Cooper (1962) para los detalles.

²⁴ Debemos señalar que los datos no son los que emplea el autor citado en sus estimaciones. El modelo empleado en Weyman-Jones (1992) tampoco es el mismo que presentamos aquí. Simplemente tomamos los datos con fines expositivos.

²⁵ La selección de insumos y productos sigue lineamientos bien establecidos en la literatura aplicada. Ver, por ejemplo, Rossi y Ruzzier (2001).

REC	Número de clientes (en millones) y	Número de empleados (en miles) x^1	Líneas de distribución (en miles de kilómetros) x^2
5. Norweb	2.1	8.2	56.9
6. Southeastern	1.9	6.5	45.8
7. Southern	2.4	8.1	69.5
8. South Wales	0.9	3.8	31.2
9. Southwest	1.2	5.7	45.8
10. Yorkshire	1.9	7.2	51.8
11. East Midlands	2.1	7.5	63.5
12. Northern	1.4	5.3	37.7

La siguiente tabla reproduce los resultados más importantes: la medida de eficiencia para cada unidad productiva (θ^*) y los elementos no nulos del vector $z = (z_1, z_2, \dots, z_{12})$. Recordando lo expresado anteriormente, dichos elementos identifican al conjunto de unidades en la frontera construida contra las cuales es comparada cada unidad productiva (sus ‘pares’).

Tabla 2: Principales resultados

REC	θ^*	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	z_7	z_8	z_9	z_{10}	z_{11}	z_{12}
London	1.00	1.00											
Eastern	1.00		1.00										
Manweb	0.90						0.40		0.60				
Midlands	0.93						0.60	0.40					
Norweb	0.89	0.18	0.20				0.62						
Southeastern	1.00						1.00						
Southern	1.00							1.00					
South Wales	1.00								1.00				
Southwest	0.81						0.30		0.70				
Yorkshire	0.90						1.00						
East Midlands	0.95						0.60	0.40					
Northern	0.98	0.09					0.41		0.50				

Tomemos el caso de Norweb. La eficiencia de esta empresa es 0.89, por lo cual podría producir su actual nivel de producto (2.1 millones de clientes) empleando un 11% menos de todos sus insumos. Vale decir que, para llegar a la frontera, debería emplear sólo 7.3 miles de empleados (en vez de 8.2) y 50.6 miles de kilómetros de líneas de distribución (en vez de 56.9). El punto proyectado sería:

$$(y_5, x_5) \rightarrow (y_5, \theta^* x_5) = (2.1, 0.89 \cdot 8.2, 0.89 \cdot 56.9) = (2.1, 7.3, 50.6).$$

Una forma alternativa de encontrar este punto es como la combinación lineal de los pares de Norweb. Observando la tabla 2, vemos que ellos son London, Eastern y Southeastern (unidades 1, 2 y 6). Utilizando los valores de z_1 , z_2 y z_6 en el caso de Norweb, encontramos que

$$\begin{aligned}
 y_5 &= z_1^* y_1 + z_2^* y_2 + z_6^* y_6 = 0.18 \cdot 1.9 + 0.20 \cdot 2.9 + 0.62 \cdot 1.9 = 2.1; \\
 x_5 &= (z_1^* x_1^1 + z_2^* x_2^1 + z_6^* x_6^1, z_1^* x_1^2 + z_2^* x_2^2 + z_6^* x_6^2) = \\
 &= (0.18 \cdot 7.1 + 0.20 \cdot 9.8 + 0.62 \cdot 6.5, 0.18 \cdot 29.5 + 0.20 \cdot 83.2 + 0.62 \cdot 45.8) = \\
 &\quad (7.3, 50.6);
 \end{aligned}$$

donde el subíndice denota la unidad productiva y el superíndice el insumo (1 = empleados, 2 = líneas de distribución).

Analizando la tabla 2, encontramos que hay 5 unidades productivas definiendo la frontera, mientras que las restantes 7 resultan ser ineficientes. Notamos también que Southeastern (la unidad 6) aparece como comparador para todas las empresas ineficientes de la muestra.

Finalizamos así la ilustración de la técnica presentada, recordando que existen innumerables aplicaciones del DEA, algunas de las cuales el lector interesado puede consultar en Charnes et al. (1994) y en Fried, Lovell y Schmidt (1993).

IV. BIBLIOGRAFÍA

Ali, A.I. (1994), "Computational Aspects of DEA", en Charnes, A., W.W. Cooper, A.Y. Lewin y L.M. Seiford, eds. (1994), *Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology and Applications*, Kluwer Academic Publishers, Boston.

Ali, A.I. y L.M. Seiford (1993), "The Mathematical Programming Approach to Efficiency Analysis", en Fried, H.O, C.A.K. Lovell y S.S. Schmidt, eds. (1993), *The Measurement of Productive Efficiency. Techniques and Applications*, Oxford University Press, New York.

Arnold, V., W. Bardhan, W. Cooper y S. Kumbhakar (1996), "New Uses of DEA and Statistical Regressions for Efficiency Evaluation and Estimation -With an Illustrative Application to Public Secondary Schools in Texas", *Annals of Operations Research* 66, pp. 255-278.

Banker, R.D., A. Charnes y W.W. Cooper (1984), "Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis", *Management Science* 30(9), pp. 1078-1092.

Bardhan, W., W. Cooper y S. Kumbhakar (1998), "A Simulation Study of Joint Uses of Data Envelopment Analysis and Statistical Regressions for Production Function Estimation and Efficiency Evaluation", *Journal of Productivity Analysis* 9, pp. 249-278.

Charnes, A. y W.W. Cooper (1962), "Programming with Linear Fractional Functionals", *Naval Research Logistics Quarterly* 9, pp. 181-185.

Charnes, A., W.W. Cooper y E. Rhodes (1978), "Measuring the Efficiency of Decision-Making Units", *European Journal of Operational Research* 2(6), pp. 429-444.

Charnes, A., W.W. Cooper y E. Rhodes (1981), "Evaluating Program and Managerial Efficiency: An Application of Data Envelopment Analysis to Program Follow Through", *Management Science* 27(6), pp. 668-697.

Charnes, A., W.W. Cooper, A.Y. Lewin y L.M. Seiford, eds. (1994), *Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology and Applications*, Kluwer Academic Publishers, Boston.

Charnes, A., W.W. Cooper, B. Golany, L. Seiford y J. Stutz (1985), "Foundations of Data Envelopment Analysis for Pareto-Koopmans Efficient Empirical Production Functions", *Journal of Econometrics* 30(1/2), pp. 91-107.

Coelli, T. (1997), "A Multi-stage Methodology for the Solution of Orientated DEA Models", presentado en la Taipei International Conference on Efficiency and Productivity Growth, Taipei, junio de 1997.

Coelli, T., D.S. Prasada Rao y G.E. Battese (1998), *An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis*, Kluwer Academic Publishers, Boston.

Debreu, G. (1951), "The Coefficient of Resource Utilization", *Econometrica* 19(3), Julio, pp. 273-292.

Färe, R. y C.A.K. Lovell (1978), "Measuring the Technical Efficiency of Production", *Journal of Economic Theory* 19(1), pp. 150-162.

Färe, R., S. Grosskopf y C.A.K. Lovell (1994), *Production Frontiers*, Cambridge University Press, Gran Bretaña.

Farrell, M.J. (1957), "The Measurement of Productive Efficiency", *Journal of the Royal Statistical Society, A*, 120, pp. 253-281.

Ferrier, G.D. y C.A.K. Lovell (1990), "Measuring Cost Efficiency in Banking: Econometric and Linear Programming Evidence", *Journal of Econometrics* 46(1/2), pp. 229-245.

Fried, H.O, C.A.K. Lovell y S.S. Schmidt, eds. (1993), *The Measurement of Productive Efficiency. Techniques and Applications*, Oxford University Press, New York.

Hicks, J.R. (1946), *Value and Capital*, Second Edition, Oxford: Clarendon.

Koopmans, T.C. (1951), "An Analysis of Production as an Efficient Combination of Activities", en T.C. Koopmans, ed., *Activity Analysis of Production and Allocation*, Cowles Commission for Research in Economics, Monograph No.13. New York: Wiley.

Kumbhakar, S. y C.A.K. Lovell (2000), *Stochastic Frontier Analysis*, Cambridge University Press, New York.

Lovell, C.A.K. (1993), "Production Frontiers and Productive Efficiency", en Fried, H.O, C.A.K. Lovell y S.S. Schmidt, eds. (1993), *The Measurement of Productive Efficiency. Techniques and Applications*, Oxford University Press, New York.

Rossi, M. y C. Ruzzier (2000), "On the Regulatory Application of Efficiency Measures", *Utilities Policy* 9, pp. 81-92, Junio.

Rossi, M. y C. Ruzzier (2001), "Reducing the Asymmetry of Information Through the Comparison of the Relative Efficiency of Several Regional Monopolies", *Working Paper Series N° 14*, CEER-UADE, Buenos Aires, Julio.

Samuelson, P. (1947), *Foundations of Economic Analysis*, Harvard University Press, Cambridge, MA.

Seiford, L.M. (1994), "A DEA Bibliography (1978-1992)", en Charnes, A., W.W. Cooper, A.Y. Lewin y L.M. Seiford, eds. (1994), *Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology and Applications*, Kluwer Academic Publishers, Boston.

Seiford, L.M. y R.M. Thrall (1990), "Recent Developments in DEA: The Mathematical Programming Approach to Frontier Analysis", *Journal of Econometrics* 46(1/2), pp. 7-38.

Shephard, R.W. (1953), *Cost and Production Functions*, Princeton University Press, Princeton.

Shephard, R.W. (1970), *Theory of Cost and Production Functions*, Princeton University Press, Princeton.

Shephard, R.W. (1974), Indirect Production Functions, Mathematical Systems in Economics, No.10, Verlag Anton Hain, Meisenheim am Glan.

Varian, H. (1994), Microeconomía Intermedia. Un Enfoque Moderno, Tercera Edición, Antoni Bosch editor.

von Neumann, J. (1945), “A Model of General Economic Equilibrium”, Review of Economic Studies 13(1), pp. 1-9.

Weyman-Jones, T. (1992), “Problems of Yardstick Regulation in Electricity Distribution”, en Bishop, Kay y Mayer, eds. (1992), The Regulatory Challenge, Oxford University Press.

Serie Textos de Discusión CEER

Para solicitar alguno de estos documentos o suscribirse a toda la Serie Textos de Discusión CEER, vea las instrucciones al final de la lista. Un listado comprehensivo de la Serie textos de Discusión CEER puede hallarse en nuestro web site.

STD 1. Laffont, Jean Jacques: Llevando los principios a la práctica en teoría de la regulación (marzo 1999)

STD 2. Stiglitz, Joseph: The Financial System, Bussiness Cycle and Growth (marzo 1999)

STD 3. Chisari, Omar y Antonio Estache: The Needs of the Poor in Infrastructure Privatization: The Role of Universal Service Obligations. The Case of Argentina (marzo 1999)

STD 4. Estache, Antonio y Martín Rossi: Estimación de una frontera de costos estocástica para empresas del sector agua en Asia y Región del Pacífico (abril 1999)

STD 5. Romero, Carlos : Regulaciones e inversiones en el sector eléctrico (junio 1999)

STD 6. Mateos, Federico: Análisis de la evolución del precio en el Mercado Eléctrico Mayorista de la República Argentina entre 1992 y 1997 (julio 1999).

STD 7. Ferro, Gustavo: Indicadores de eficiencia en agua y saneamiento a partir de costos medios e indicadores de productividad parcial (julio 1999)

STD 8. Balzarotti, Nora: La política de competencia internacional (septiembre 1999)

STD 9. Ferro, Gustavo: La experiencia de Inglaterra y Gales en micromedición de agua potable (septiembre 1999)

STD 10. Balzarotti, Nora: Antitrust en el mercado de gas natural (octubre 1999)

STD 11. Ferro, Gustavo: Evolución del cuadro tarifario de Aguas Argentinas: el financiamiento de las expansiones en Buenos Aires (octubre 1999)

STD 12. Mateos, Federico, Martín Rodríguez Pardina y Martín Rossi: Oferta y demanda de electricidad en la Argentina: un modelo de ecuaciones simultáneas (noviembre 1999)

STD 13. Ferro, Gustavo: Lecciones del Seminario Proyección de Demanda de Consumo de Agua Potable (noviembre 1999)

STD 14: Rodríguez Pardina, Martín y Martín Rossi: Medidas de eficiencia y regulación: una ilustración del sector de distribuidoras de gas en la Argentina (diciembre 1999)

STD 15: Rodríguez Pardina, Martín, Martín Rossi y Christian Ruzzier: Fronteras de eficiencia en el sector de distribución de energía eléctrica: la experiencia sudamericana (diciembre 1999)

STD 16: Rodríguez Pardina, Martín y Martín Rossi: Cambio tecnológico y catching up: el sector de distribución de energía eléctrica en América del Sur (marzo 2000)

STD 17: Ferro, Gustavo: El servicio de agua y saneamiento en Buenos Aires: privatización y regulación (abril 2000).

STD 18: Celani, Marcelo: Reformas en la industria de las telecomunicaciones en Argentina (junio 2000).

STD 19: Romero, Carlos: La desregulación de la comercialización de electricidad en Inglaterra y Gales (junio 2000).

STD 20: Rossi, Martín: Midiendo el valor social de la calidad de los servicios públicos: el agua.

STD 21: Rodríguez Pardina, Martín: La concesión de Aguas Argentinas. (Noviembre 2000).

STD 22: Rossi, Martín e Iván Canay: Análisis de eficiencia aplicado a la regulación ¿Es importante la Distribución Elegida para el Término de Ineficiencia? (Noviembre 2000)

STD 23: Ferro, Gustavo: Los instrumentos legales de la renegociación del contrato de Aguas Argentinas (1997-99) (Diciembre 2000).

STD 24: Briggs, María Cristina y Diego Petrecola: Problemas de competencia en la asignación de la capacidad de los aeropuertos. El Caso Argentino (Marzo 2001).

STD 25: Ferro, Gustavo: Riesgo político y riesgo regulatorio: problemas en la concesión de sectores de infraestructura (Marzo 2001).

STD 26: Ferro, Gustavo: Aguas del Aconquija: revisión de una experiencia fallida de privatización (abril 2001).

STD 27: Ferro, Gustavo y Marcelo Celani: Servicio universal en telecomunicaciones: concepto y alcance en Argentina (Junio 2001).

STD 28: Bondorevsky, Diego: Concentración horizontal en el sector de distribución eléctrica en Argentina. (Julio 2001).

STD 29: Bondorevsky, Diego y Diego Petrecola: Estructura del mercado de gas natural en Argentina e integración energética regional: Problemas de defensa de la competencia (Julio 2001).

STD 30: Ferro, Gustavo: Participación del Sector Privado y Regulación en Agua y Saneamiento en Argentina: Casos Seleccionados.

STD 31: Ferro, Gustavo: Desempeño reseñado de la concesión de agua y saneamiento metropolitana durante 1993-2001

STD 32: Bondorevsky Diego y Diego Petrecola: Concesiones de agua y saneamiento en Argentina: Impacto en los sectores pobres (julio 2001).

STD 34: Romero, Carlos: Servicio universal en el proceso de privatización de las empresas de telecomunicaciones y agua potable y alcantarillado en el Paraguay (septiembre 2001).

STD 35-A: Bondorevsky, Diego y Romero Carlos: Fusiones y adquisiciones en el sector eléctrico: Experiencia internacional en el análisis de casos (diciembre 2001)

STD 35-B: Canay, Iván: Eficiencia y Productividad en Distribuidoras Eléctricas: Repaso de la metodología y aplicación (febrero 2002).

STD 36: Ullberg, Susann: El Apagón en Buenos Aires 1999 Manejo de crisis en los sectores privados y Públicos en la Argentina (marzo 2002).

STD 37: Celani Marcelo, Petrecola Diego, Ruzzier, Christian: Desagregación de Redes en Telecomunicaciones: Una Visión desde la Política de Defensa de la Competencia (abril 2002).

STD 38: Bondorevsky Diego, Petrecollo Diego, Romero Carlos, Ruzzier Christian: Competencia por Comparación en el Sector de Distribución Eléctrica: El Papel de la Política de Defensa de la Competencia (abril 2002).

STD 39: Cardozo Javier, Devoto Alberto: La tarifa de distribución antes y después de la Reestructuración del Sector Eléctrico (mayo 2002).

STD 40: Canay, Iván: Modelando el Gas entregado en Argentina: ¿Cuál es el mejor Predictor? (mayo 2002).

STD 41: Ruzzier, Christian: Una introducción a la estimación no paramétrica de fronteras de eficiencia (julio 2002).

CEER Working Paper Series

To order any of these papers, or all of these, see instructions at the end of the list. A complete list of CEER Working Papers is displayed here and in our web site.

WPS 1. Laffont, Jean Jacques: Translating Principles Into Practice in Regulation Theory (March 1999)

WPS 2. Stiglitz, Joseph: Promoting Competition in Telecommunications (March 1999)

WPS 3. Chisari, Omar, Antonio Estache, y Carlos Romero: Winners and Losers from Utility Privatization in Argentina: Lessons from a General Equilibrium Model (March 1999)

WPS 4. Rodríguez Pardina, Martín y Martín Rossi: Efficiency Measures and Regulation: An Illustration of the Gas Distribution Sector in Argentina (April 1999)

WPS 5. Rodriguez Pardina, Martín Rossi and Christian Ruzzier: Consistency Conditions: Efficiency Measures for the Electricity Distribution Sector in South America (June 1999)

WPS 6. Gordon Mackerron: Current Developments and Problems of Electricity Regulation in the European Union and the United Kingdom (November 1999)

WPS 7. Martín Rossi: Technical Change and Efficiency Measures: The Post-Privatisation in the Gas Distribution Sector in Argentina (March 2000)

WPS 8. Omar Chisari, Martín Rodriguez Pardina and Martín Rossi: The Cost of Capital in Regulated Firms: The Argentine Experience (May 2000)

WPS 9. Omar Chisari, Pedro Dal-Bó and Carlos Romero: High Tension Electricity Network Expansions in Argentina: Decision Mechanisms and Willingness-to-Pay Revelation (May 2000).

WPS 10. Daniel A. Benitez, Antonio Estache, D. Mark Kennet, And Christian A. Ruzzier. Potential Role of Economic Cost Models in the Regulation of Telecommunications in Developing Countries (August 2000).

WPS 11. Martín Rodríguez Pardina and Martín Rossi. Technical Change and Catching-up: The Electricity Distribution Sector in South America

WPS 12. Martín Rossi and Iván Canay. Measuring Inefficiency in Public Utilities: Does the Distribution Matter?

WPS 13. Quesada, Lucía. Network Competition and Network Regulation (July, 2001).

WPS 14. Rossi, Martín and Christian Ruzzier: Reducing the Asymmetry of Information Through the Comparison of the Relative Efficiency of Several Regional Monopolies (July 2001).

WPS 15. Ferro, Gustavo: Political Risk and Regulatory Risk: Issues in Emerging Markets Infrastructure Concessions (August, 2001).



Centro de Estudios Económicos de la Regulación

Solicitud de incorporación a la lista de receptores de publicaciones del CEER

Deseo recibir los ejemplares correspondientes a la serie (marque con una cruz la que corresponda), que se publiquen durante 2001:

- a) Working Papers Series (...) impreso (...) e-mail, formato pdf
- b) Serie de Textos de Discusión (...) impreso (...) e-mail, formato pdf

Mi nombre es:.....

Ocupación:.....

Domicilio:.....

.....

.....

Firma

Tenga a bien enviar esta solicitud por correo a:

SECRETARIA CEER
Lima 717, 1° piso
C1053AAO Buenos Aires - Argentina
Por fax, al 54-11-43797588
E-mail: ceer@uade.edu.ar